

Capítulo 10

MATHEMATIKOS: DISPOSTO A APRENDER

Marcus Vinicius de Azevedo Basso*

Débora Laurino Maçada**

RESUMO

Neste artigo descrevemos um ambiente cooperativo construtivista de aprendizagem de conceitos matemáticos relacionados com recursos tecnológicos e resolução de problemas no contexto de modelos de Matemática elementar e desenvolvimento de projetos de aprendizagem.

Palavras-chave: Educação Matemática e Tecnológica, Ambiente Cooperativo Construtivista.

RESUMEN

En este artículo describimos un ambiente cooperativo constructivista de aprendizaje de conceptos matemáticos. Tales conceptos están relacionados con recursos tecnológicos y resolución de problemas en un contexto de modelos de matemática elemental y de desarrollo de proyectos de aprendizaje.

Palabras-clave: Educación Matemática y Tecnológica, Ambiente Cooperativo Constructivista.

ABSTRACT

This article describes a constructivist cooperative learning environment of Mathematics concepts. Such concepts are related to technological resources and to problem solving in a context of elementary Mathematics models and where learning projects are used as the pedagogical strategy.

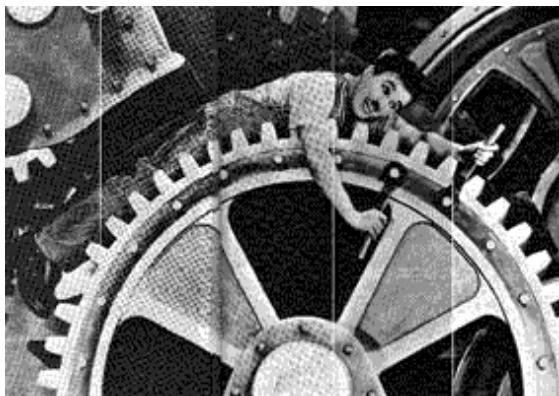
Key-words: Math Education and Technology, Constructivist Cooperative learning environment.

INTRODUÇÃO

Não são recentes as tentativas de reforma no ensino-aprendizagem de Matemática. Piaget (1966) refere-se a essas tentativas expressas em publicações da época (*Enseignement Mathématique*, 1966):

“..O triste paradoxo que nos apresenta o excesso de ensaios educativos contemporâneos é querer ensinar matemática moderna com métodos na verdade arcaicos, ou seja, essencialmente verbais e fundado exclusivamente na transmissão mais do que na reinvenção ou na descoberta pelo aluno.” (1998: p.220).

A inserção de recursos informáticos na Educação, particularmente na Educação Matemática talvez seja mais uma dessas tentativas de reforma. Que direção e sentido esta tentativa pode seguir?



“Tempos Modernos” – Charles Chaplin

* Professor do Instituto de Matemática da UFRGS
Doutorando em Informática na Educação na UFRGS
Pesquisador do LEC/UFRGS

** Professora do Departamento de Matemática da Fundação Universidade Federal do Rio Grande

Pensar que mudanças – necessárias – na Escola ocorrerão a partir da implantação de ambientes informatizados, com acesso a recursos de Educação à Distância, sem considerar como básico a formação de usuários e produtores de conhecimento, redundaria no fracasso. Equívoco semelhante é pensar que a falta de professores, dado o crescente aumento do número de pessoas que procuram uma vaga na Escola, pode ser resolvida apenas com muitos computadores e “animadores” em salas de aulas.

A inserção da informática nas Escolas representará simplesmente uma panacéia se assentada nas propostas que norteiam o ensino atualmente.

Sobre esta questão, as colocações a seguir são contundentes:

“Qual é o estado atual da educação formal para as novas gerações? A escola é a instituição destinada a garantir essa educação às crianças e aos adolescentes. E a escola tem se constituído em um lugar onde grupos diversificados de “especialistas” tentam transmitir conjuntos estanques de informações a grupos de alunos que se espera aprendam as mesmas coisas num mesmo tempo. A produtividade do sistema “sala de aula” é avaliada pelas respostas dos aprendizes que são comparadas a padrões desejáveis previamente definidos para todos. Assim as coisas que devem ser ensinadas são escolhidas e hierarquizadas pelos que ensinam independentemente das condições estruturais e funcionais daqueles que devem aprender. Os critérios dessa escolha visam proporcionar uma base de fundamentos comuns para qualquer futura profissão e, na melhor das hipóteses, formar o cidadão. O estado atual apresenta resultados medíocres. Os alunos não aprendem uma parte mínima do que se pretende ensinar-lhe e nem mesmo isso são capazes de aplicar a campos extra-escolares. E ainda se aborrecem. Aos professores se pede que, além de tentar acompanhar o crescimento e as reestruturações nos conteúdos de sua área de especialização se apoderem das novas tecnologias. Mas não recebem ajuda para compreender os comportamentos e as atitudes de seus alunos, para entender por que o fracasso, a violência e o desinteresse se convertem em aspectos do cotidiano nos ambientes escolares. É compreensível que qualquer proposta inovadora para melhorar esse quadro seja recebida com muita esperança e corra o risco de se converter numa panacéia. Em muitos países grandes investimentos para informatizar as escolas foram realizados. Entretanto os resultados que o uso desses computadores tem apresentado não parecem tão espetaculares ou pelo menos não tanto quanto se esperou. Pensar e usar esta tecnologia para repetir os procedimentos que ocorriam na escola sem ela, provavelmente manterá o estado atual da educação. Fundamental é descobrir como usá-la para alcançar resultados que aproveitem o máximo de rendimento de suas características específicas e inusuais.” Fagundes (1988)

Utilizar a Internet, o correio eletrônico, a WWW, a videoconferência, enfim os meios de comunicação associados às redes de computadores, para reproduzir o ensino tradicional, parece-nos subutilização do potencial por eles permitido, além de não oferecer uma alternativa que permita uma tomada de consciência dos próprios métodos e concepções de ensino-aprendizagem em matemática.

É comum encontrar em sites, páginas de professores que colocam suas disciplinas à disposição dos alunos, muitas delas contendo a bibliografia utilizada, o horário e o local das aulas, as datas das provas, a “lista de exercícios” e o endereço eletrônico do professor. Outras disciplinas ou cursos disponíveis na Internet possuem o conteúdo, alguns exemplos para servir como “modelos”, exercícios propostos e a possibilidade dos mesmos serem enviados para correção. Em ambas as propostas onde estão:

- as experiências?
- a diversidade de contextos?
- os interesses?
- os talentos dos alunos?
- as trocas?
- as discussões?

Poderíamos então nos perguntar: Desta forma, estamos tentando mudar a metodologia de trabalho com os alunos? Estamos preocupados com o desenvolvimento cognitivo do nosso aluno? Ou será que estamos apenas adicionando um novo recurso ao ensino tradicional, e para além disso, considerando que tais propostas são inovadoras?

Mas como fazer? Que pressupostos teóricos e metodológicos podemos considerar para que o uso de recursos informáticos não seja mais uma tentativa de reforma, mas sim, uma transformação na educação matemática?

Dois fatores constituem-se em pilares importantes para a implementação de propostas fazendo uso das tecnologias de comunicação e informação:

- a criatividade dos educadores na utilização desses recursos tecnológicos e educacionais combinado com
- o conhecimento do desenvolvimento espontâneo ou natural das operações lógico-matemáticas do pensamento da criança e do adolescente.

Segundo Piaget (1966), esse desenvolvimento existe e deve ser alimentado, completado e ampliado por um ensino adequado:

“...na medida em que o progresso da matemática remonta às fontes de sua construção ao mesmo tempo que amplia seu domínio, vai por isso ao encontro de certas estruturas fundamentais do espírito...” (1998 : 220).

Segundo Loader (1995), historicamente o papel da tecnologia na educação foi periférico e somado ao modelo de instrução tradicional. Agora existe uma tecnologia associada ao computador que pode ser transformadora e que possibilita um trabalho essencialmente ativo por parte dos estudantes.

Acreditamos que uma utilização mais significativa da tecnologia, a favor da educação, deva incluir dimensões do desenvolvimento como: interação, troca, intercâmbio, comunicação bi ou multilateral, negociação, colaboração e cooperação. Além de pensar na Internet como um lugar ou uma “rodovia expressa”, podemos considerá-la como um espaço onde é possível criar novos delineamentos sociais, como uma comunidade, uma construção entre pessoas que partilhem metas, valores e práticas comuns.

Neste trabalho descrevemos um ambiente cooperativo construtivista de aprendizagem matemática, o **Mathematikos**, tecemos algumas considerações sobre este ambiente bem como a concepção com a qual ele foi planejado e desenvolvido. Posteriormente apresentamos alguns resultados e finalmente fazemos algumas considerações sobre a utilização desse tipo de trabalho na construção do conhecimento em Matemática.

O QUE É O MATHEMATIKOS?

Qual a concepção que originou o Mathematikos?

A partir das considerações acima, levantamos algumas questões relacionadas com os objetivos e desenvolvimento de um projeto, que consistiu na criação de um ambiente construtivista de aprendizagem em Matemática e Tecnologia, batizado **Mathematikos**, utilizando recursos da WEB e aplicativos de Matemática.

Esse ambiente, gerado e desenvolvido durante a realização do Curso de Doutorado em Informática na Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brasil, nasceu a partir de uma proposta inserida no Projeto Multilateral De Formação De Professores Via Telemática/OEA/MEC/SEED/OEA - UFRGS - Instituto de Psicologia - Laboratório de Estudos Cognitivos.

Do conjunto do material analisado na web, com suas múltiplas características, optamos pela integração entre:

- o trabalho com situações aplicadas de Matemática Elementar;
- a proposição de desenvolvimento de projetos em Matemática;
- o fomento da necessidade de elaborar modelos (elementares) de Matemática para encontrar soluções de problemas;
- o uso de recursos informáticos no tratamento de dados e resolução de equações.

O próprio nome Mathematikos foi objeto de estudo no sentido de caracterizá-lo como um espaço que contribuisse para a construção de conhecimentos de matemática. Os “gregos” foram a fonte para o nome e citamos Papert (1994) para corroborar nossa perspectiva de trabalho:

“... para ilustrar a lacuna em nossa linguagem e minha proposta de preenchê-la, considere a seguinte frase: Quando aprendi francês, adquiri conhecimento _____ sobre a linguagem, conhecimento _____ sobre o povo e conhecimento _____ sobre a aprendizagem. Linguístico e cultural preencheriam os primeiros dois espaços sem qualquer problema; no entanto, o leitor terá dificuldade em encontrar uma palavra para preencher o terceiro espaço. Minha candidata é Matética, e por meio disso restituo um roubo semântico perpetrado por meus ancestrais profissionais, que roubaram a palavra Matemática de uma família de palavras gregas relacionadas à aprendizagem. Mathematikos significava “disposto a aprender”, mathema era uma “uma lição” e manthanein era o verbo “aprender”.

No Mathematikos criamos um espaço para troca e construção de conhecimento em matemática. Partimos da idéia de que as pessoas na busca de informação elaboram e re-elaboram suas teorias através das trocas. As trocas consideradas neste trabalho, referem-se a dois tipos: trocas com outros sujeitos, colegas, professores e trocas com o próprio sítio como consulta a páginas, publicação de material e soluções para desafios, registros de opiniões, download de documentos e software “free” de matemática.

O Mathematikos é formado por várias seções. Por quê?

Desde sua implementação o sítio passou por várias transformações. Na primeira versão, foi utilizado essencialmente como suporte para o desenvolvimento dos trabalhos em disciplinas de formação inicial de graduandos em Licenciatura em Matemática. A utilização, por parte desses estudantes, das diversas seções e dos mecanismos de interação criados nessa versão, forneceram indicadores para o desenvolvimento de uma segunda versão. Nela foram aprimoradas as possibilidades de interação existentes e criadas novas possibilidades de trocas entre seus usuários.



Página de entrada do ambiente – versão 2

No quadro a seguir apresentamos os recursos existentes na primeira e na segunda versão do sítio.

Primeira Versão	Segunda Versão
Seções de Desafios e Divertimentos matemáticos com formulários para envio e registro de soluções (utilizando CGI)	Trabalhos publicados por alunos do curso de Licenciatura em Matemática - UFRGS
Formulários para comentários de alunos e professores (utilizando CGI).	Curso de Geometria para professores da Rede Municipal de Ensino de Porto Alegre
Agenda para comunicações on line e Chat	Trabalhos publicados por alunos do curso de Especialização em Matemática – Fundação Universidade Federal do Rio Grande (FURG).
Sugestões para o desenvolvimento de Projetos integrando Matemática e outras áreas do conhecimento	CGI para upload de trabalhos dos alunos do curso de Licenciatura em Matemática – UFRGS
Cadastro de projetos	Materiais específicos para o desenvolvimento de trabalhos a distância com professores
Software freeware e shareware de Matemática disponíveis para download	Acréscimo de novos software freeware e shareware de Matemática disponíveis para download
Seção para divulgação de Textos sobre a utilização das Novas Tecnologias em EAD	Materiais específicos para o desenvolvimento de trabalhos a distância com alunos do curso de Licenciatura em Matemática - UFRGS
Seção com Endereços de outros ambientes na Internet	Software freeware e shareware para construção e visualização de páginas na WEB (editores gráficos, editores de HTML, browsers) disponíveis para download
Seção Portfólio que possibilita o registro dos trabalhos desenvolvidos por grupos cooperativos ou registros individuais. Este material permite que os grupos ou os sujeitos, individualmente acompanhem seu próprio desenvolvimento no que diz respeito a aprendizagem em Matemática e em Tecnologia	Seção Webtfólio que possibilita o registro dos trabalhos desenvolvidos por grupos cooperativos ou registros individuais. Este material permite que os grupos ou os sujeitos, individualmente acompanhem seu próprio desenvolvimento no que diz respeito a aprendizagem em Matemática e em Tecnologia
Trabalhos do artista gráfico holandês M. C. Escher (com licença para utilizar reproduções do artista).	Senhas para envio de arquivos e construção dos webfólios.
Material de ajuda para utilização de software como Excel (planilha de cálculo), Graphmatica (plotador de gráficos), Euklid e Dr. Geo (geometria dinâmica)	Tutoriais para construção de páginas em HTML elaborados por alunas da Licenciatura em Matemática da UFRGS (Castiglio, M e Fabre, M.)
	Recursos de navegação em java script
	Utilitários disponíveis para download

Na segunda versão do sítio acrescentamos, aos recursos já existentes, novos espaços para que professores e alunos publiquem seus materiais, aperfeiçoamos aspectos técnicos para navegação nas páginas, além de incrementarmos os recursos de interatividade a fim de facilitar a comunicação entre os usuários.

Os princípios que nortearam as escolhas relacionadas ao acréscimo de novos recursos, se insere principalmente nas investigações realizadas (Fagundes, L., 1991, Fagundes, L. e Basso, M. V., 1997) pela equipe de pesquisadores do Laboratório de Estudos Cognitivos - Instituto de Psicologia - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, coordenado pela Dra. Léa Fagundes. Tais escolhas também se basearam em informações expressas em artigos tratando da interatividade na Educação a Distância fazendo uso de recursos da WEB (Blois, M., Choren, R. E Fulks, H., 1998).

Dentre os aprimoramentos realizados nos diversos espaços do sítio, de modo a constituir-se em um ambiente de aprendizagem, realizamos a implementação de sistemas que comportassem a interação e intervenção dos usuários. Aqui foi fundamental o intercâmbio com a equipe de programadores do Laboratório de Estudos Cognitivos. Esta equipe criou CGIs (Common Gateway Interface) que, associadas com o uso de formulários em páginas html, permitem a geração de páginas dinâmicas.

Estes recursos de interação, associados a diversas propostas para desenvolvimento de projetos, contemplam a idéia de desafiar os usuários no sentido de que os mesmos usem diferentes raciocínios criativos e originais, estratégias, pesquisas para suportar um possível plano de ação para resolver problemas e buscar refinamentos ou soluções distintas. Com isso pretende-se defrontar os usuários com problemas que podem ensinar a realização de deduções, estabelecimento de relações com outros problemas, generalizações e aplicações dentro e fora da própria Matemática.

Desde a criação do Mathematikos, constatamos através dos registros e publicação de materiais por parte da comunidade que dele se utilizou, o estabelecimento de uma relação compromissada com a construção do próprio conhecimento e com a cooperação. A tecnologia, a(s) matemática(s), os sujeitos e, principalmente, as relações por eles estabelecidas, são os “ingredientes” que, de forma integrada compõe esse ambiente. Na próxima seção apresentamos alguns dos resultados obtidos utilizando o sítio.

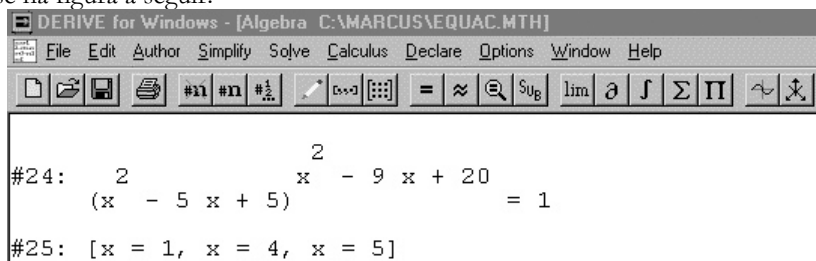
PROTÓTIPOS DE TRABALHOS DESENVOLVIDOS NO SÍTIO E RESULTADOS

A primeira versão do ambiente Mathematikos foi utilizada com os alunos das disciplinas Ensino-Aprendizagem de Matemática Elementar IV e Laboratório em Ensino de Matemática Elementar I, ambas do Curso de Licenciatura em Matemática da UFRGS, no segundo semestre de 1998. Esses alunos foram auxiliados no seu aprendizado de Matemática e Novas Tecnologias através do uso de software como planilhas eletrônicas, manipuladores simbólicos e pacotes específicos para determinados conteúdos curriculares. Além dos programas comerciais Excel (planilha eletrônica), Maple e Derive (manipuladores simbólicos, gráficos, etc.) trabalhamos com software em versões freeware ou shareware encontrados na World Wide Web (WWW). A lista de software analisados ultrapassou a dezena e desses nos concentramos na utilização do Graphmat (gráficos), Winplot (gráficos em 2D e 3D), DrGeo (geometria dinâmica), GD (geometria descritiva), Galton (probabilidade), HomeDesign 3D (representações em 2D e 3D) e o CD Escher Interactive - Exploring the Art of the Infinite (trabalhos do artista M. Escher). Também trabalhamos com páginas da WWW, particularmente no tópico referente a Geometria Espacial, abordando “problemas de empacotamento”.

Com o trabalho em andamento, passamos a considerar a possibilidade de utilizar o ambiente virtual Mathematikos para publicar os trabalhos produzidos pelos alunos das duas disciplinas o que resultou nas publicações que podem ser encontradas em <http://mathematikos.psico.ufrgs.br/disciplinas>.

Na disciplina Ensino-aprendizagem de Matemática Elementar IV, tópicos clássicos de Matemática foram abordados: Geometria Analítica, Progressões, Geometria Espacial, Probabilidades e Teoria das Equações. Através desses tópicos, procuramos criar situações de aprendizagem em que a atenção sobre o “saber como se faz” estivesse vinculada a observação e reflexão sobre os conceitos matemáticos presentes. Para tornar possível o estabelecimento dessa relação, foram propostas situações envolvendo a criação de modelos matemáticos (elementares) e simulações, de forma que elas possibilitassem a descoberta de propriedades e características dos objetos matemáticos aliada à construção de estratégias para resolver problemas.

Também no trabalho desenvolvido com os alunos da disciplina citada, procuramos colocar em evidência o papel que o professor pode (deve?) assumir diante das soluções apresentadas por algum aplicativo matemático. O conhecimento matemático pode ser construído utilizando-se recursos informáticos mas não exclui nem substitui o estudo dos objetos matemáticos através de outros recursos. Enfatizamos que não podemos atribuir magicamente ao computador a tarefa de resolver os problemas envolvendo equações, simulações, gráficos, etc. Esse aspecto – o papel mágico que pode ser atribuído ao computador ou, a perda de senso crítico – foi abordado através da busca de soluções para a equação $\frac{x^2}{x^2 - 9x + 20} = 1$, (Coxford e Shulte, 1995), utilizando o programa DERIVE. As soluções apresentadas pelo programa encontram-se na figura a seguir.



A partir do resultado apresentado pelo DERIVE colocamos para os alunos a seguinte questão:

“Porque o programa apresenta estas três soluções se a equação tem cinco soluções?”

O estudo das possibilidades, tanto quanto dos limites dos recursos computacionais na aprendizagem de conceitos e estratégias em Matemática, pode ser realizado a partir de situações como a descrita.

Boieri, Chiappini e Fasano (1996) citam ainda os trabalhos de outros autores que têm como perspectiva realizar uma integração entre o currículo de Matemática e Tecnologias da Informação, enfatizando que tal integração pressupõe que a formação dos futuros professores é essencial. Esses trabalhos focalizam o papel do professor analisando as diferentes escolhas tomadas pelos professores diante de reformas curriculares que contemplam a introdução de Informática nos cursos secundários. Os resultados deste trabalho apontam que tais escolhas dos professores está intimamente relacionada com suas concepções sobre Informática em relação ao ensino-aprendizagem de Matemática.

Analisar suas concepções sobre Informática, Informática na Educação, Matemática, a aprendizagem de cada uma e as possíveis conexões entre elas torna-se parte dessa formação, pois qualquer processo de aprendizagem não está desvinculado do conteúdo nele contido. A opção por uma metodologia de trabalho reflete a visão que temos do mundo e daí a importância de

“...começar por analisar a ciência que se faz para que seja compreensível e eficaz a crítica da ciência que se faz...”. (Santos, 1990)

Como escrevemos anteriormente, o sítio sofreu uma grande reformulação. Nossa perspectiva é a de que o mesmo continue sendo utilizado como um ambiente de aprendizagem para disciplinas dos Cursos de Licenciatura em Matemática da UFRGS e FURG, cursos de formação continuada de professores em Educação a Distância na perspectiva do trabalho com resolução de problemas, desenvolvimento de projetos interdisciplinares e construção de modelos envolvendo Matemática elementar e Novas Tecnologias.

O trabalho envolvendo Aplicações de Matemática Elementar, construção de modelos de Matemática elementar e o uso de Novas Tecnologias relacionados com possibilidades de implementação em salas de aula dos ensinos médio e fundamental, nos levou a investigar algumas propostas sobre este tema. Na próxima seção apresentamos uma das possíveis caracterizações de Modelos Matemáticos e Aplicações de Matemática Elementar, duas das dimensões que basearam a realização do trabalho desenvolvido com os alunos da disciplina de Ensino-aprendizagem de Matemática Elementar IV, utilizando o ambiente Mathematikos. Apresentamos ainda parte do trabalho realizado envolvendo Teoria das Equações.

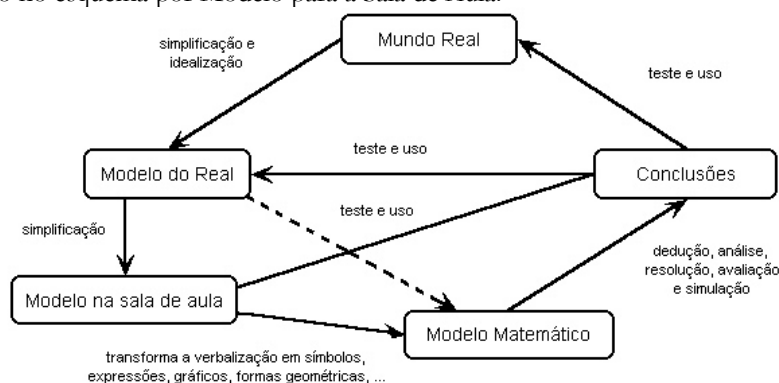
MODELOS MATEMÁTICOS E APLICAÇÕES DE MATEMÁTICA ELEMENTAR NA SALA DE AULA

Um modelo matemático de uma situação problemática real constitui uma representação matemática de uma parte da realidade (uma dada situação concreta – como a determinação da superfície corporal de uma pessoa –, idéia, objeto ou fenômeno – a previsão do tempo, por exemplo). Esta representação é realizada através de objetos, relações e estruturas da matemática (tais como tabelas, relações funcionais, gráficos, figuras geométricas, etc.). No caso do modelo proposto pelos fisiologistas (Aguiar et al., 1988) para o cálculo da superfície corporal, o modelo se apresenta na forma de uma relação funcional entre as variáveis **S** (superfície) e **p** (peso) (ver <http://mathematikos.psico.ufrgs.br/modelos.html>).

Matos (1995), escreve:

“Com um modelo procura-se descrever os elementos considerados como fundamentais na situação, ignorando-se deliberadamente os elementos tidos como secundários. No entanto, na medida em que um modelo matemático tende a ser uma simplificação útil daquilo que pretende descrever, ele simplifica alguns aspectos da realidade de forma a clarificar ou a tornar mais salientes outros aspectos. É típica dos bons modelos a tendência para não haver demasiadas simplificações mas sim para tornar salientes os aspectos fundamentais da situação.”

Usualmente o processo de modelação é representado esquematicamente na forma de um ciclo, que pode se repetir com o objetivo de melhor se ajustar à situação que se pretende modelar. Variando de autor para autor, optamos por trabalhar com o esquema proposto por Kerr e Maki (1979), levando em consideração a atenção dada para o cenário pedagógico em que se possam desenvolver os processos de construção e manipulação de modelos. Procurando tornar o trabalho de modelagem adequado para a sala de aula de maneira que os alunos utilizem algumas das idéias e dos instrumentais matemáticos, Kerr e Maki acrescentam um passo intermediário entre o Modelo Real e o Modelo Matemático, representado no esquema por Modelo para a Sala de Aula.



O esquema poderia sugerir que os passos a serem dados na construção de um modelo, se dão de forma rígida e seqüencial. Matos observa que “o processo de modelação é visto como um conjunto de etapas evolutivas, que apenas idealmente se sucedem numa determinada ordem. Nesse sentido, ele não deve ser assumido como um percurso rígido, bem pelo contrario, uma ou mais etapas podem ser combinadas ou mesmo omitidas em atividades a desenvolver em sala de aula.”

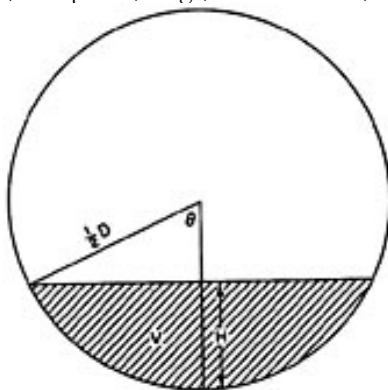
No caso do esquema apresentado, o ciclo de modelagem consiste nos seguintes passos (adaptados de Matos, 1995):

- Identificação de um problema do mundo real.
- O problema é muitas vezes modificado e simplificado com vistas a ser descrito em termos razoavelmente precisos e sucintos. Essa descrição do problema constitui o chamado modelo real. Trata-se de um modelo tendo em vista que uma idealização, ou simplificação foi feita, isto é, nem todos os aspectos da situação real são incorporados na descrição.
- Com o objetivo de produzir um ambiente para a Aplicação da Matemática na Sala de Aula, acrescenta-se uma outra etapa, “que pode ser decisiva do ponto de vista pedagógico” (Matos, 1995).
- O modelo real é ainda mais simplificado e apresentado num contexto que seja interessante e compreensível para os alunos, tornando viável a aplicação de alguns conceitos e idéias matemáticos presentes na situação-problema. Chegamos ao chamado Modelo para a Sala de Aula e a sua presença relaciona-se com o fato do modelo matemáticos ser construído com fins didáticos.
- Conversão de aspectos e conceitos do mundo real em símbolos e representações matemáticas.
- Uso de instrumentos e técnicas matemáticas para se obter conclusões baseadas na utilização do modelo construído. A validade de um modelo pode ser aferida através do confronto das conclusões obtidas a partir do modelo com a realidade. No entanto, durante todo processo de construção de um modelo, testes podem ser feitos para aferir a validade ou não do modelo proposto. Identificada alguma insuficiência relevante no modelo, ou seja sua inadequação para fornecer informações úteis acerca da realidade, o processo deve ser retomado.

Com base nesta proposta de modelos matemáticos e aplicações de Matemática Elementar foram estruturadas algumas situações/problemas para os alunos da disciplinas de Ensino-Aprendizagem de Matemática Elementar IV - 98/2. Tais situações/problemas vêm, desde então sendo desenvolvidas com alunos de graduação da Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

O problema do tanque, por exemplo, é uma destas situações.

(http://mathematikos.psico.ufrgs.br/disciplinas/ufrgs/mat01041011/func_tanque.html)



O desenho representa a seção transversal de um tanque cilíndrico. Considere as seguintes medidas do tanque: diâmetro D , comprimento L , capacidade C , volume do líquido no tanque V , altura do líquido H , ângulo θ (em radianos).

1. Determine:
 - a) $H(D, \theta)$.
 - b) $V(D, L, \theta)$.
 - c) $C(D, L)$.
2. Supondo que o tanque cilíndrico do problema armazena combustível. Construa uma tabela de passo constante de 5 cm em 5 cm (H) para determinar o volume (V) do tanque.
Obs.: tanque com 8 m de comprimento e 4 de diâmetro.
3. Um frentista colocou verticalmente no tanque uma régua graduada encontrando 78 cm. Ele dispõe apenas da tabela que você construiu para determinar o volume do tanque. Neste caso, o que pode ser feito para determinar o volume correspondendo aos 78 cm? (Ajude o frentista a realizar esta tarefa sem usar as expressões analíticas que você determinou no exercício 1.)
4. Ocorreu algum erro no seu método? Alguém sai ganhando (ou perdendo)?
5. No caso de existir algum erro, explique porque ele ocorre.
6. Construa o gráfico de $V(H)$ usando algum programa gráfico.
7. Considere a tabela que você construiu com passo 5 cm.
 - a) Em que “altura” desta tabela os resultados para $V(H)$ são mais confiáveis?
 - b) A confiabilidade é a mesma perto de 0° ou 180° ? É diferente?

8. Existem outras fontes de erro na determinação do volume do tanque? No caso de existirem, que recomendações podem/devem ser feitas?

O trabalho envolveu o uso de planilhas de cálculo, editores de texto (doc e html), uso do correio eletrônico, uso de formulários do sítio Mathematikos, realização de estimativas, criação de modelos para simular os diferentes volumes relativos à uma medida linear (numéricos e algébrico), representações numéricas (tabelas) e gráficas. Além do aprendizado do uso de recursos tecnológicos e conceitos matemáticos, o problema propiciou a busca de soluções de uma forma cooperativa. Outras situações que possibilitam tal integração entre os conceitos e o desenvolvimento de trabalhos em parceria cooperativa podem ser encontradas no sítio.

A construção de um ambiente que provocasse, de alguma forma, um maior interesse na realização dos trabalhos por parte dos alunos, se constituiu em um dos principais resultados obtido nesse ambiente. Supomos que este fato tenha ocorrido, senão com todos os alunos envolvidos, com grande parte deles, pelo compromisso de terem seus trabalhos publicados.

Outro fato interessante constatado – é que alguns alunos foram aperfeiçoando seus trabalhos chegando a produzir quatro versões para a mesma tarefa proposta. Tais trabalhos podem ser encontrados em:

<http://mathematikos.psico.ufrgs.br/disciplinas/ufrgs/mat01195982/alunose4982.html>;

<http://mathematikos.psico.ufrgs.br/disciplinas/ufrgs/mat01193991/alunose2991.html>.

Isto contraria o tradicional compromisso didático estabelecido entre professores e alunos na perspectiva usual de sala de aula. A que perspectiva nos referimos? A de, ao ser proposto o desenvolvimento de um determinado trabalho, alguns sentirem-se descomprometidos com o produto do mesmo. Observamos o oposto. Mesmo findo o compromisso formal e institucional determinado pelo calendário escolar, alguns alunos continuam aperfeiçoando suas publicações no Mathematikos.

Referimo-nos ao aperfeiçoamento matemático não só em termos de quantidade de conteúdo mas principalmente quanto a compreensão dos conceitos matemáticos ali trabalhados e relacionados, alguns exemplos que permitem essa inferência podem ser encontrados nas seguintes páginas do sítio:

<http://mathematikos.psico.ufrgs.br/disciplinas/ufrgs/mat01194991/trabse3991.html>;

<http://mathematikos.psico.ufrgs.br/disciplinas/ufrgs/mat01193991/trabsgbc2991.html> com seus respectivos links.

O depoimento da aluna-professora Ka. corroboram com esta inferência:

“(...) Vejo que a aplicabilidade de operações lógico-matemática surge a partir do espírito de investigação quando o aluno é estimulado a confratar-se com situações sob forma de desafios ou de problemas.(...)”

Outro aspecto, também importante a ser destacado, refere-se a evolução dos alunos no que diz respeito à utilização de diferentes recursos informáticos quanto a crescente qualificação do material produzido, o incremento da utilização de software e a utilização de recursos informáticos de comunicação, no qual destacamos o correio eletrônico. Nos endereços das páginas acima citadas, e nos webfólios dos alunos encontram-se exemplos que suportam esta constatação bem como no depoimento de Ad. e Ka respectivamente:

“(...)nas primeiras aulas fiquei muito apreensivo, pois parecia que não estava aprendendo nada, mas como falastes íamos adquirindo conhecimentos, sem imaginar o quanto, foi neste momento que parei para pensar no que estava aprendendo, não era somente pelo desenvolvimento do projeto, mas também através das formas que aprendi trabalhando no Word, no Excel,(...)”

“(...)tive a oportunidade de explorar o Excell, a Internet onde aprendi a fazer links, transformar imagens para o formato jpg, editar páginas, explorar endereços, aproveitar fundos e figuras dos endereços fábrica e galeria, a diferenciar um hipertexto de um texto,(...)”

O trabalho colaborativo e cooperativo realizado pelos alunos também ficou favorecido com a utilização do ambiente. Além disso, a utilização dos diferentes aplicativos matemáticos, no nosso entender, importantes para a formação do futuro professor, também os prepara para o diálogo com profissionais que atuam em outros contextos, além do acadêmico.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Uma primeira conclusão, que tiramos, é da necessidade de continuar testando as potencialidades deste tipo de trabalho. Como escrevemos anteriormente, o sítio sofreu uma grande reformulação. Nossa perspectiva é a de que o mesmo continue sendo utilizado como um ambiente de aprendizagem para disciplinas dos Cursos de Licenciatura em Matemática da UFRGS e FURG, cursos de formação continuada de professores em Educação a Distância na perspectiva do trabalho com resolução de problemas, desenvolvimento de projetos interdisciplinares e construção de modelos envolvendo Matemática elementar e Novas Tecnologias.

Durante a realização deste trabalho nos questionamos se a proposta a ser desenvolvida não estaria imersa neste conjunto de situações em que o uso de computadores estaria servindo para fazer mais eficazmente o que a escola tem feito: entorpecimento da criatividade, mediocrização do raciocínio, analfabetismo em Matemática e, principalmente, a exclusão dos alunos, ou, resumidamente, excluindo cada sujeito do processo de conquista da cidadania.

Como podemos, no contexto deste tipo de trabalho, entender construção da cidadania? Uma possibilidade seria entendermos que tal construção passa pela apropriação da tecnologia e que este apropriar-se da tecnologia passa

necessariamente pela modificação das relações entre professores e alunos ressignificando seus papéis na construção de uma proposta de escola democrática; passa pela modificação das relações entre escola e comunidades; passa pela assimilação por parte dos professores de novas posturas frente a organização do conhecimento; passa pela elaboração de projetos conjuntos entre alunos e professores, apropriando-se da tecnologia a partir dos próprios projetos em desenvolvimento. A elaboração de projetos que contemplem o estudos de diferentes realidades, de uma forma integrada e que possa contribuir para a superação do modelo de escola que pune, que exclui, que alimenta e retro-alimenta o fracasso.

Por fim, no *Mathematikos*, cujas características principais são: levantar questões, desafios e propostas para o desenvolvimento de projetos de aprendizagem, procuramos incorporar elementos básicos de interatividade que permitissem aos seus usuários interagirem de forma mais intensa.

Com essas características, aliadas à perspectiva de trabalho com modelos matemáticos num nível elementar e trabalhando ao mesmo tempo com as dimensões do “saber fazer” e “compreender o que se faz”, almejamos estar contribuindo para a formação de futuros professores, na medida em que sua própria aprendizagem de Matemática e Tecnologia está sendo favorecida.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AGUIAR, A. XAVIER, A. E RODRIGUES, J. (1988) Cálculo para Ciências Médicas e Biológicas. Ed. Harbra. São Paulo.
- BASSO, M. V. A., FAGUNDES, L. C., TAROUÇO, L. M. R., COSTA, A. C. R. Educação Tecnológica e/na Educação Matemática – Aplicações da Matemática Elementar na Sala de Aula ou “Focinho de Porco Não é Tomada” Informática na Educação – Teoria e Prática. Revista do Curso de Pós Graduação em Informática na Educação – Universidade Federal do Rio grande do Sul, outubro de 1999.
- BASSO, M. (1999). Educação Tecnológica, Informática Educativa e/na Educação Matemática: dúvidas temporárias e certezas provisórias. VI Encontro Gaúcho e Educação Matemática. Osório: Facos/Facad.
- BLOIS, M., CHOREN, R. E FULKS, H. (1998) – CLEW – a collaborative learning environment for the WEB
- BOIERI, CHIAPPINI E FASANO (1996). <http://www.ued.uniandes.edu.com>.
- COXFORD, A. E SHULTE, A. (1995). As Idéias da Álgebra. São Paulo: Atual.
- FAGUNDES, L. (1988) Informática e Educação. VIII Congresso da Sociedade Brasileira de Computação.
- FAGUNDES, L. (1991). Projeto de Educação à Distância: criação de rede Informática para alfabetização em língua, Matemática e tecnologia. (Enviado ao CNPq).
- FAGUNDES, L. E BASSO, M. V. (1997). Informática Educativa e Comunidades de Aprendizagem. Em Azevedo e outros. Identidade Social e a Construção do Conhecimento. Porto Alegre: Secretaria de Educação de Porto Alegre.
- FAGUNDES, L. SATO, L. MAÇADA, D. (1999). Aprendizes do Futuro: As Inovações Começaram! Coleção: Informática para a mudança na Educação. MEC/PROINFO.
- <http://mahtematikos.psico.ufrgs.br>
- KERR, D. E MAKI, D. (1979). Mathematical Models to Provide Applications in the Classroom. Em: Sharron, S. e Reys, R. Applications in Scool Mathematics. National Council of Teachers of Mathematics.
- LOADER, David, (1995). Professional Development Requirements for Teachers. Capturado em 20 de jul. 1998. Online. Disponível na Internet <http://www.mlckew.edu.au/computing/reflect/profess.htm>
- MATOS, J. F. (1995). Modelação matemática. Universidade Aberta, Modena.
- PAPERT, Seymour, (1994). A Máquina das Crianças: repensando a escola na era da informática. Porto Alegre: Artes Médicas. 1994.
- PIAGET, J.. A Iniciação à Matemática, a Matemática Moderna e a Psicologia da Criança (1966). In: PARRAT, Silvia, TRYPHON, Anastasia (Org.). Jean Piaget Sobre a Pedagogia. São Paulo : Casa do Psicólogo, 1998. p.217-221.
- PIAGET, J., INHELDER, B., GARCIA, R. E VONÈCHE, J. (1978). Epistemologia Genética e Equilíbrio. Lisboa: Livros Horizonte.
- SANTOS, B. S. (1990). Um Discurso sobre as Ciências. Coimbra: Edições Afrontamento.